NOVEMBER/DECEMBER 2024

23UMA22 — INTEGRAL CALCULUS

SHANMUGHA INDUSTRIES ARTS & SCIENCE COLLEGE
LIBRARY

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — ($10 \times 2 = 20$ marks)

Answer ALL questions.

1. Define Bernoulli's formula.
பெர்னோலியின் சூத்திரத்தை வரையறு.

2. Evaluate $\int_0^{\pi/2} \sin^6 x \cos^5 x \, dx$.

$\int_0^{\pi/2} \sin^6 x \cos^5 x \, dx$ ஐ மதிப்பிடுக.

3. State the definition of the double integral.
இரட்டை தொகையிடுதலின் வரையறையைக் கூறுக.

4. Evaluate $\iint dx\, y\, dx\, dy$ taken over the positive quadrant of the circle $x^2 + y^2 = a^2$.

$x^2 + y^2 = a^2$ என்ற வட்டத்தின் நேர்மறை காற்பகுதியில் $\iint dx\, y\, dx\, dy$ ஐ மதிப்பிடவும்.

5. Define triple integral.
முத்தொகையிடலை வரையறு.

6. State that areas of curved surface.
வளைந்த மேற்பரப்பின் பரப்பைக் கூறுக.

7. Define infinite integral.
எல்லையற்ற தொகையிடுதலை வரையறு.

8. Evaluate $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$.

$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$ ஐ மதிப்பிடுக.

SHANMUGA INDUSTRIES ARTS & SCIENCE COLLEGE LIBRARY

9. Define cartesian coordinates.
கார்ட்டீசியன் ஆயங்களை வரையறு.

10. Define centroid.
மையக்கோட்டுச் சந்தியை வரையறு.

SECTION B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Derive the reduction formula for $In = \int x^n e^{ax} dx$.

$In = \int x^n e^{ax} dx$ -க்கான குறைப்பு சூத்திரத்தை காண்க.

Or

18. Evaluate $\iint_R (x-y)^4 \, e^{x+y} dx \, dy$, where R is the square, whose vertices are (1, 0), (2, 1), (1, 2) and (0, 1).

$\iint_R (x-y)^4 \, e^{x+y} dx \, dy$ ஐ மதிப்பிடவும், இங்கு R என்பது (1, 0), (2, 1), (1, 2) மற்றும் (0, 1) ஆகிய செங்குத்துகள் கொண்ட சதுரம் ஆகும்.

SHANMUGA INDUSTRIES ARTS & SCIENCE COLLEGE LIBRARY

19. Find the relation between beta and gamma function.

பீட்டா மற்றும் காமா செயல்பாட்டிற்கு இடையே உள்ள தொடர்பைக் கண்டறிக.

20. State and prove that areas in polar coordinates.

துருவ ஆயங்களில் உள்ள பரப்புகளைக் கூறி நீரூபிக்கவும்.

(b) Derive the reduction formula for $\int_0^{\pi/2} x^n \sin x \, dx$.

$\int_0^{\pi/2} x^n \sin x \, dx$ க்கான குறைப்பு சூத்திரத்தை காண்க.

12. (a) State and prove the definition of the double integral.

இரட்டை தொகையிடுதலின் வரையறையைக் கூறி நிரூபிக்கவும்.

Or

(b) Evaluate $\int_0^{\infty}\int_x^{\infty} \frac{e^{-y}}{y} dx \, dy$ by changing the order of integration.

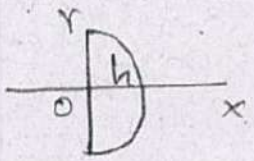
ஒருங்கிணைப்பு வரிசையை மாற்றுவதன் மூலம், $\int_0^{\infty}\int_x^{\infty} \frac{e^{-y}}{y} dx \, dy$ ஐ மதிப்பிடவும்.

13. (a) Evaluate $\iiint x \, yz \, dx \, dy \, dz$ taken through the positive octant of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

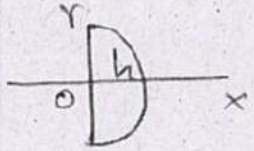
$x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ என்ற கோளத்தின் நேர்மறை எண்பகுதியில் $\iiint x \, yz \, dx \, dy \, dz$ ஐ மதிப்பிடுக.

Or

(b) Find the volume of segment of height of a sphere of radius a.



a ஆரம் மற்றும் h உயரம் கொண்ட ஒரு கோளப் பகுதியின் கன அளவைக் காண்க.



SHANMUGA INDUSTRIES ARTS & SCIENCE COLLEGE
LIBRARY

14. (a) Evaluate $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$.

மதிப்பிடுக $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$.

Or

(b) Evaluate $\int_0^1 x^m \left(\log \frac{1}{x}\right)^n dx$.

மதிப்பிடுக $\int_0^1 x^m \left(\log \frac{1}{x}\right)^n dx$.

15. (a) Find the area bounded by the parabolas $y^2 = 4ax$ and $x^2 = 4by$.

$y^2 = 4ax$ மற்றும் $x^2 = 4by$ ஆகிய பரவளையங்களால் கட்டுப்படுத்தப்பட்ட பகுதியின் பரப்பைக் கண்டறியவும்.

Or

(b) Find the centroid of a hollow hemisphere.

ஒரு வெற்று அரைக்கோளத்தின் மைகயக்கோட்டுச் சந்தியை கண்டறியவும்.

SECTION C — ($3 \times 10 = 30$ marks)

Answer any THREE questions.

16. State and prove that Bernoulli's formula for integration.

பெர்னோலியின் தொகையிடுதலுக்கான சூத்திரத்தைக் கூறி நிரூபிக்கவும்.

17. State and prove that double integral in polar coordinates.

துருவ ஆயங்களில் அமைந்த இரட்டைத் தொகையிடுதலைக் கூறி நிரூபிக்கவும்.